

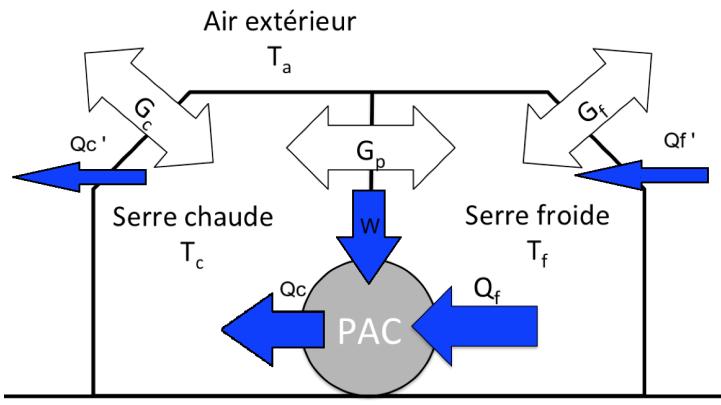
## Physique II – Thermodynamique

Solutions 9

### PROBLÈME I LES SERRES DE MADRID

#### A. Principe de fonctionnement de l'ensemble

1. Schéma final :



2. La chaleur va spontanément d'une région plus chaude vers une région plus froide. La PAC pompe la chaleur de la serre froide vers la serre chaude, comme ce transfert nécessite un travail  $W \quad T_f < T_c$ .

Les serres échangent aussi naturellement avec l'extérieur. Pour que la serre froide gagne de la chaleur il faut  $T_f < T_a$ , de la même manière il faut que  $T_a < T_c$ . On en déduit ainsi les sens de  $Q'_c$  et  $Q'_f$ .

#### B. Étude de la pompe à chaleur

1. L'efficacité d'une PAC idéale est :

$$\eta_{\text{PAC,id}} = -\frac{Q_{c,id}}{W}$$

Par le premier principe (conservation de l'énergie) :

$$W = -(Q_{c,id} + Q_{f,id})$$

Par le second principe (réversibilité) :

$$\frac{Q_{f,id}}{T_f} + \frac{Q_{c,id}}{T_c} = 0 \Rightarrow Q_{f,id} = -Q_{c,id} \frac{T_f}{T_c}$$

D'où :

$$W = Q_{c,id} \left( \frac{T_f}{T_c} - 1 \right) \Rightarrow \boxed{\eta_{\text{PAC,id}} = -\frac{Q_{c,id}}{W} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}}$$

2.  $T_f = 15 + 273.15 = 288.15[K]$ ,  $T_c = 40 + 273.15 = 313.15[K]$

$$\eta_{\text{PAC,id}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{313.15}{313.15 - 288.15} = \frac{313.15}{25} \approx 12.5$$

Donc :

$$\boxed{\eta_{\text{PAC,r}} < \eta_{\text{PAC,id}}}$$

3. Les affirmations correctes sont :

- La PAC ne fonctionne pas selon un cycle de Carnot idéal.
- Certaines des transformations ne sont pas quasi-statiques.
- Certaines des transformations ne sont pas réversibles.

4. Premier principe sur PAC réelle :

$$W = -(Q_c + Q_f)$$

Premier principe sur PAC idéale :

$$W = -(Q_{c,id} + Q_{f,id})$$

Or

$$Q_c = Q_{c,id} + q$$

donc

$$Q_c + Q_f = Q_{c,id} + Q_{f,id}$$

$$\Rightarrow Q_{c,id} + q + Q_f = Q_{c,id} + Q_{f,id}$$

$$\Rightarrow Q_f = Q_{f,id} - q$$

5. Comme nous nous intéressons à un cycle et que l'entropie est une fonction d'état :

$$\Delta S_{tot} = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_{\text{créée}} = 0$$

$$\Rightarrow S_{\text{créée}} = - \left( \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \right) = - \left( \frac{Q_{c,id}}{T_c} + \frac{Q_{f,id}}{T_f} \right) + q \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right)$$

Or pour une PAC idéale :

$$\frac{Q_{c,id}}{T_c} = - \frac{Q_{f,id}}{T_f}$$

donc

$$\Rightarrow \boxed{S_{\text{créée}} = q \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right)}$$

Comme  $S_{\text{créée}} < 0$  est impossible et que  $T_f < T_c$ ,  $q > 0$ .

### C. Ensemble des deux serres

1. Nous nous intéressons à l'énergie durant 1 cycle de la PAC, nous multiplions donc le courant thermique par  $\tau$ . Nous sommes en régime stationnaire. Pour  $Q_c < 0$  et  $Q_f > 0$   
Bilan énergétique :

- Serre chaude :  $Q_c + G_p(T_c - T_f)\tau + G_c(T_c - T_a)\tau = 0$
- Serre froide :  $Q_f + G_p(T_f - T_c)\tau + G_f(T_f - T_a)\tau = 0$
- PAC :  $W + Q_c + Q_f = 0$

2. PAC idéale :

$$\boxed{\frac{Q_f}{T_f} = - \frac{Q_c}{T_c}}$$

3. En divisant les 4 équations précédentes par  $\tau$  nous travaillons en puissance. Nous posons  $\tilde{Q}_C = \frac{Q_c}{\tau}$  et  $\tilde{Q}_f = \frac{Q_f}{\tau}$ . Nous avons donc :

$$\tilde{Q}_c + G_p(T_c - T_f) + G_c(T_c - T_a) = 0 \quad (1)$$

$$\tilde{Q}_f + G_p(T_f - T_c) + G_f(T_f - T_a) = 0 \quad (2)$$

$$P = -\tilde{Q}_c - \tilde{Q}_f \quad (3)$$

$$\frac{\tilde{Q}_f}{T_f} = -\frac{\tilde{Q}_c}{T_c} \Rightarrow \tilde{Q}_c = -\tilde{Q}_f \frac{T_c}{T_f} \quad (4)$$

En remplaçant (4) dans (3) nous trouvons :

$$P = \tilde{Q}_f \left( \frac{T_c}{T_f} - 1 \right) \Rightarrow \tilde{Q}_f = P \frac{T_f}{T_c - T_f} \Rightarrow \tilde{Q}_c = -P \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

En substituant dans (1) et (2) nous trouvons nos 2 équations :

$$\boxed{-P \frac{T_c}{T_c - T_f} + G_p(T_c - T_f) + G_c(T_c - T_a) = 0}$$

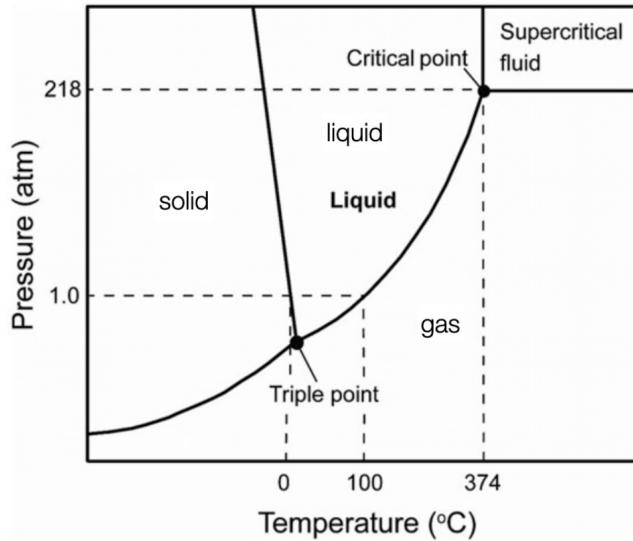
$$\boxed{P \frac{T_f}{T_c - T_f} + G_p(T_f - T_c) + G_f(T_f - T_a) = 0}$$

#### D. Questions conceptuelles

1. Pour ajuster  $T_c$  et  $T_f$  séparément nous pouvons modifier la puissance de la PAC  $P$  (donc ajuster les  $Q_c$  et  $Q_f$ ), ou modifier les isolations thermiques  $G_c$ ,  $G_f$  ou  $G_p$ .
2. Un cycle moteur signifie que la PAC produit du travail mécanique à partir de la chaleur de la serre chaude et la rejette dans la serre froide. Avec les conditions de température, l'entièreté du système avec les serres se réchaufferait ou refroidirait.
3. On pourrait utiliser plusieurs PAC : une entre les serres, et d'autres entre serre chaude/froide et extérieur.

#### PROBLÈME II LE FIL À TRAVERS LE BLOC DE GLACE

1. Le diagramme de phase de l'eau est le suivant :



2. Puisque la pression  $p_L$  sous le fil est plus grande que la pression ambiante  $p_0$ , et que pour l'eau, une pression plus élevée diminue la température de fusion :

$$T_L < T_0$$

3. Du haut vers le bas.

4. D'après la loi de Fourier

$$I_{th} = \lambda \frac{S}{l} \Delta T$$

Dans notre cas  $l = d$  et  $S = dD$

$$\Rightarrow I_{th} = \lambda D(T_L - T_0)$$

5. La surface de contact entre la glace et le fil est :

$$A = dD$$

et

$$p_L = \frac{F}{A} + p_0 = \frac{Mg}{A} + p_0 \Rightarrow dp = p_L - p_0 = \frac{Mg}{dD}$$